

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

УТВЕРЖДАЮ



И.О. Профессора по образованию

Ю.И. Ришко

августа 2025 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа

Стереометрия. Координатно-векторный метод»

НАПРАВЛЕННОСТЬ: ТЕХНИЧЕСКАЯ

Уровень: ознакомительный

Возраст обучающихся 16 - 18 лет

Срок реализации: 20 академических часов

Разработчик:
В.К. Ушаков
д.т.н., профессор,
профессор кафедры математики НИТУ МИСИС

Москва, 2025

1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Стереометрия. Координатно-векторный метод» (далее – Программа) является образовательной программой для школьников, обладающих фундаментальными знаниями школьного курса по алгебре и геометрии и знаниями, полученными слушателями в рамках проекта г. Москвы «Математическая вертикаль ПЛЮС». Описанная программа ориентирована на приобретение навыков решения геометрических задач школьного курса методами аналитической геометрии.

Актуальность программы непосредственно связана с относительно небольшим количеством времени, уделяемым геометрии в школьном курсе математики, а также с формированием негативного отношения учеников к данному разделу математики. Программа позволит слушателям углубить и расширить свои знания при решении геометрических задач, а также познакомиться с различными методами их решения.

Программа является дополнением к школьному курсу математики, развивающей знания и навыки в области предмета. При решении геометрических задач методами аналитической геометрии слушатели курса получают новые теоретические знания и практические умения. Прослушав данный курс, слушатели смогут применить свои знания и навыки, участвуя в математических олимпиадах, конкурсах и при поступлении в ВУЗы. Программа реализуется Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования Национальным исследовательским технологическим университетом «МИСИС» (далее – Университет МИСИС, МИСИС). Программа разработана и утверждена в соответствии с Уставом Университета МИСИС с целью формирования у школьников позитивного восприятия инженерных специальностей.

Программа имеет **техническую направленность**.

Уровень освоения – ознакомительный. Программа предполагает расширить и углубить знания слушателя по геометрии, приобрести навыки

решения геометрических задач школьного курса методами аналитической геометрии.

Новизна Программы состоит в применении и обзора широкого круга понятий и методов аналитической геометрии.

Актуальность. Современный уровень математического образования предполагает свободное владение методами аналитической геометрии. Содержание данного курса ориентировано на пробуждение интереса учащихся к решению задач по геометрии, рассмотрение различных способов решения задач.

Педагогическая целесообразность. Обучение данному курсу направлено на выработку способностей к логическому мышлению слушателя, усвоению различных методов решения геометрических задач школьного курса, практическое применение полученных навыков и знаний в области геометрии и алгебры, на развитие научно-технического способа мышления обучающимися.

Цель и задачи программы

Цель - формирование и развитие у обучающихся интеллектуальных и практических компетенций в области стереометрии и координатно-векторного метода, их дальнейшему практическому применению в проектной и научной деятельности. Формирование и закрепление необходимых навыков при решении задач.

Каждый обучающийся расширит знания в геометрии, разберется в особенностях методов аналитической геометрии с помощью **обучающих задач**.

Отличительная особенность Программы заключается в том, что она позволяет обучающимся в короткие сроки познакомиться с основными методами решения задач, которые развивают логическое мышление. При решении задач будет рассмотрен координатно-векторный метод, в котором присутствуют элементы и геометрии, и алгебры, при этом базовыми являются понятия вектора и координат.

Возраст обучающихся: 16-18 лет.

Сроки реализации: 20 академических часов.

Наполняемость группы: 20-25 человек.

Формы и режим занятий

Режим занятий: 1-2 занятия в неделю; 1 занятие - 2 академических часа.

Формы организации деятельности: групповые, индивидуально-групповые.

Методы обучения: словесные, комбинированные, теоретические, практические.

Ожидаемые результаты и способы их определения

В результате освоения программы обучающиеся

будут знать:

- основные понятия аналитической геометрии;
- основные методы аналитической геометрии.

будут уметь:

- самостоятельно подбирать наиболее подходящие методы решения геометрической задачи;
- выбирать наиболее удобную декартову систему координат;
- находить основные аналитические характеристики геометрических объектов;
- применять координатно-векторный метод решения геометрических задач.

2. Содержание программы

2.1. Учебно-тематический план

№ п/п	Раздел / Тема	Количество часов			Форма аттестации/ контроля
		Всего ауд. часов	Лекции	Практические занятия	
1.	Тема 1. Расстояние от точки до прямой и от точки до плоскости	4	1	3	Текущий
2.	Тема 2. Расстояние между скрещивающимися прямыми и между параллельными плоскостями	4	1	3	Текущий
3.	Тема 3. Угол между скрещивающимися прямыми	4	1	3	Текущий
4.	Тема 4. Угол между прямой и плоскостью	4	1	3	Текущий
5.	Тема 5. Угол между плоскостями	4	1	3	Текущий
ИТОГО		20	5	15	

2.2. Рабочая программа

Тема 1. Расстояние от точки до прямой и от точки до плоскости

Теория (1 а.ч.) Понятия расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости. Вывод общего уравнения плоскости. Нахождение расстояний координатно-векторным методом.

Практика (3 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить расстояния от точки до прямой и от точки до плоскости координатно-векторным методом.

Тема 2. Расстояние между скрещивающимися прямыми и между параллельными плоскостями

Теория (1 а.ч.) Понятия расстояний между скрещивающимися прямыми и между параллельными плоскостями. Нахождение расстояний координатно-векторным методом.

Практика (3 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить расстояния между скрещивающимися прямыми и между параллельными плоскостями координатно-векторным методом.

Тема 3. Угол между скрещивающимися прямыми

Теория (1 а.ч.) Понятие угла между скрещивающимися прямыми. Нахождение угла между скрещивающимися прямыми координатно-векторным методом.

Практика (3 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить углы между скрещивающимися прямыми координатно-векторным методом.

Тема 4. Угол между прямой и плоскостью

Теория (1 а.ч.) Понятие угла между прямой и плоскостью. Нахождение угла между прямой и плоскостью координатно-векторным методом.

Практика (3 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить углы между прямой и плоскостью координатно-векторным методом.

Тема 5. Угол между плоскостями

Теория (1 а.ч.) Понятие угла между плоскостями. Нахождение угла между плоскостями координатно-векторным методом.

Практика (3 а.ч.) Решение практических задач по теме

Планируемые результаты: слушатели научатся находить углы между плоскостями координатно-векторным методом.

3. Формы аттестации и контроля

Виды контроля

В образовательном процессе используются следующие методы контроля усвоения учащимися учебного материала:

Текущий контроль. Проводится с целью непрерывного отслеживания уровня усвоения материала и стимулирования учащихся не отвлекаться. Для реализации текущего контроля в процессе теоретического материала педагог обращается к учащимся с вопросами и дает короткие задания, в процессе практических занятий решают задачи по теме.

4. Организационно-педагогические условия реализации программы

Методическое обеспечение программы

Методы обучения, используемые в программе: словесные (устное объяснение материала), наглядные (презентация), практические, аналитические.

С целью стимулирования творческой активности учащихся будут использованы:

- игровые методики;
- метод опроса;
- коллективное обсуждение методов решения задачи.

Виды дидактических материалов

Для обеспечения наглядности и доступности изучаемого материала будут использоваться:

- наглядные пособия в виде слайдов или раздаточного материала
- занятия будут проходить в форме лекций с демонстрацией преподавателем теоретического материала по теме, а также в форме самостоятельных практических занятий, на которых обучающиеся смогут обсуждать подходы к решению нестандартных задач и успешно их решать.

Организационно-педагогические ресурсы программы

Материально-техническое обеспечение учебной программы

Для проведения очных занятий используются учебные аудитории с меловой или маркерной доской и с оборудованием, представленным в таблице.

Оборудование:

Наименование	На группу, ед.	Примечание
Электронная доска	одна	
Компьютер	один	
Экран	один	Для проектора

Кадровое обеспечение программы

Реализатор программы:

Ушаков Владимир Кимович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры математики Университета науки и технологий МИСИС.

5. Список литературы

1. Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ: многогранники, круглые тела. – Ростов-на-Дону: Легион, 2019. – 320 с.
2. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. Учеб. пособие / В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемский и др. Под ред. М.И. Сканави. – 6-е изд. – М.: Издательский дом «ОНИКС 21 век»: Мир и образование, 2001. – 608с.
3. Геометрия 10-11 классы: учебник / В.Ф. Бутузов, В.В. Прасолов; под. ред. В.А. Садовниченко (МГУ – школе) - 2-е изд.- М.: Просвещение, 2017.- 272 с.

Интернет-источники

4. Разбор демоверсии ЕГЭ-2026 по математике. Режим доступа: <http://alexlarin.net/> (дата обращения: 10.08.2025 г.)

Приложение. Контрольно-измерительные материалы

Примеры типовых задач, решаемых на практических занятиях.

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка O_1 — центр квадрата $ABCD$, точка O_2 — центр квадрата $CC_1 D_1 D$. а) Докажите, что прямые $A_1 O_1$ и $B_1 O_2$ скрещиваются. б) Найдите расстояние между прямыми $A_1 O_1$ и $B_1 O_2$, если ребро куба равно 1.
2. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK = 1$. Точки M и L — середины рёбер $A_1 C_1$ и $B_1 C_1$ соответственно. Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L . а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ ; б) Найдите расстояние от точки C до плоскости γ .
3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 4. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 построена плоскость α , параллельная прямой BD_1 . а) Докажите, что $A_1 P : PB_1 = 2 : 1$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$. б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.
4. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 2. Точка M — середина ребра $A_1 C_1$, а точка O — точка пересечения диагоналей боковой грани $ABB_1 A_1$. а) Докажите, что точка пересечения диагоналей четырёхугольника, являющегося сечением призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ плоскостью AMB лежит на отрезке OC_1 . б) Найдите угол между прямой OC_1 и плоскостью AMB .
5. Две правильные четырёхугольные пирамиды $EABCD$ и $FABCD$ имеют общее основание $ABCD$ и расположены по разные стороны от него. Точки M и N — середины рёбер AB и BC соответственно. Все рёбра пирамид равны. а) Докажите, что угол между прямыми AE и BF равен 90° . б) Найдите угол между прямыми EM и FN .